

Energia elektronu na dozwolonej orbicie. Wymiary dozwolonych orbit

Do wyznaczenia promienia dozwolonych orbit oraz energii elektronu na dozwolonej orbicie należy posłużyć się następującymi zależnościami:

- Postulat Bohra: **Moment pędu elektronu w atomie jest skwantowany:**

$$m_e \cdot v_e \cdot r_n = \frac{nh}{2\pi} \quad (n - \text{nr orbity})$$

- Siła Coulomba równa sile dośrodkowej, działającej na elektron:

$$\frac{m_e v_e^2}{r_n} = k \frac{q^2}{r_n^2} \rightarrow \frac{m_e v_e^2}{2} = E_k = k \frac{q^2}{2r_n} \quad (\text{otrzymujemy wzór na } \textbf{energię kinetyczną} \text{ elektronu})$$

- Energia potencjalna elektronu na n-tej orbicie jest ujemna i wynosi:

$$E_p = -k \frac{q^2}{r_n}$$

- Energia całkowita elektronu na n-tej orbicie:

$$E = E_k + E_p = k \frac{q^2}{2r_n} - k \frac{q^2}{r_n} = -k \frac{q^2}{2r_n}$$

Wykaz oznaczeń:

m_e - masa elektronu - $9,1093835611 \cdot 10^{-31}$ [kg]

q - ładunek elementarny - $1,602176620898 \cdot 10^{-19}$ [C]

ϵ_0 - przenikalność elektryczna próżni - $8,854187817 \cdot 10^{-12}$ [F/m]

h - stała Plancka - $6,62607004081 \cdot 10^{-34}$ [J·s]

n - numer dozwolonej orbity (liczba naturalna)

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Teraz wyznaczmy promień dozwolonej orbity r_n z postulatu Bohra, podnosząc obie strony równania do kwadratu:

$$m_e^2 v_e^2 r_n^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} / m_e r_n^2$$

$$m_e v_e^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e r_n^2} / 2$$

$$\frac{m_e v_e^2}{2} = E_k = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 m_e r_n^2} = k \frac{q^2}{2r_n} = \left\{ k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right\} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 m_e r_n^2}$$

$$\frac{q^2}{\epsilon_0} = \frac{n^2 h^2}{\pi m_e r_n} \rightarrow r_n = n^2 \cdot \left\{ \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e q^2} \right\}$$

Wyrażenie $\left\{ \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e q^2} \right\}$ ma stałą wartość i po podstawieniu danych wynosi ona $5,2917722109 \cdot 10^{-11}$ [m].

Można zatem zapisać, że promień n-tej dozwolonej orbity elektronu wynosi:

$$r_n = n^2 \cdot 5,2917722109 \cdot 10^{-11} [\text{m}]$$

Teraz można wyznaczyć energię całkowitą elektronu na dozwolonej orbicie, podstawiając r_n do E:

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2 \cdot n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e q^2}} = \frac{1}{n^2} \cdot \left\{ -\frac{m_e q^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \right\}$$

Podobnie jak poprzednio - wyrażenie $\left\{ -\frac{m_e q^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \right\}$ ma stałą wartość, która po podstawieniu danych wynosi $-2,179872321 \cdot 10^{-18} [\text{J}]$ czyli $-13,60569299 [\text{eV}]$. Można zatem zapisać, że energia całkowita elektronu na n-tej dozwolonej orbicie wynosi:

$$E = -\frac{1}{n^2} \cdot 13,60569299 [\text{eV}]$$

lub

$$E = -\frac{1}{n^2} \cdot 2,179872321 [\text{J}]$$

Dla atomu wodoru rozkład poziomów energetycznych przedstawia rysunek poniżej:

